



HOGERE ZEEVAARTSCHOOL ANTWERPEN

ONDERWIJSEENHEID 5

EXACTE WETENSCHAPPEN EN INFORMATICA

TRIGONOMÉTRIE

D. AERTS, P. BUEKEN, D. LUYCKX

HZS-OE5-NW140 (suppl.)

Première année Bachelor en Sciences Nautiques

Version 2.0

6 Octobre 2007

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières	3
1 Trigonométrie plane	5
2 Trigonométrie sphérique	9

CHAPITRE 1

TRIGONOMÉTRIE PLANE

☞ 1.1. Calculez:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| ▶1. $\sin 25^{\circ}33,2'$ | ▶5. $\operatorname{tg} 25^{\circ}33,2'$ |
| ▶2. $\cos 35^{\circ}23,8'$ | 6. $\operatorname{cotg} 35^{\circ}23,8'$ |
| 3. $\sin 125^{\circ}31,5'$ | 7. $\operatorname{tg} 125^{\circ}31,5'$ |
| 4. $\cos 56^{\circ}16,4'$ | 8. $\operatorname{cotg} 56^{\circ}16,4'$ |
| ▶9. $\arcsin 0,234$ | 13. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ |
| ▶10. $\arccos 0,234$ | 14. $\operatorname{arccotg} 1,678$ |
| ▶11. $\operatorname{arctg} 3,445$ | 15. $\operatorname{arctg} 0,342$ |
| 12. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{4}$ | 16. $\operatorname{arccotg} 0,112$ |

☞ 1.2. Calculez sans calculatrice:

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\sin 75^{\circ}$ | 5. $\sin 15^{\circ}$ |
| 2. $\cos 75^{\circ}$ | 6. $\cos 15^{\circ}$ |
| 3. $\operatorname{tg} 75^{\circ}$ | 7. $\operatorname{tg} 15^{\circ}$ |
| 4. $\operatorname{cotg} 75^{\circ}$ | 8. $\operatorname{cotg} 15^{\circ}$ |

- ☼☼ **1.3.** Dans un triangle rectangle $\triangle ABC$, les deux côtés rectangles sont $a = 3\text{m}$ et $b = 4\text{m}$. Calculez la longueur de l'hypothénuse c . Déterminez également le sinus, le cosinus et la tangente des angles A et B . Calculez les angles A et B .

Oplossingen - Solutions

1.1.

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. 0,43135 | 5. 0,47812 |
| 2. 0,81516 | 6. 1,40731 |
| 3. 0,81386 | 7. -1,40066 |
| 4. 0,55523 | 8. 0,66759 |
| 9. $13^{\circ}32,0'$ | 13. $110^{\circ}42,3'$ |
| 10. $76^{\circ}28,0'$ | 14. $30^{\circ}47,6'$ |
| 11. $73^{\circ}48,8'$ | 15. $18^{\circ}52,8'$ |
| 12. $20^{\circ}42,3'$ | 16. $83^{\circ}36,6'$ |

1.2.

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \sim 0,97$ | 5. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \sim 0,26$ |
| 2. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \sim 0,26$ | 6. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \sim 0,97$ |
| 3. $2 + \sqrt{3} \sim 3,73$ | 7. $2 - \sqrt{3} \sim 0,27$ |
| 4. $2 - \sqrt{3} \sim 0,27$ | 8. $2 + \sqrt{3} \sim 3,73$ |

1.3.

$$c = 5\text{m},$$

$$\sin A = \cos B = \frac{3}{5},$$

$$\cos A = \sin B = \frac{4}{5},$$

$$\text{tg } A = \frac{3}{4},$$

$$\text{tg } B = \frac{4}{3},$$

$$A = 36^{\circ}52,2',$$

$$B = 53^{\circ}7,8'$$

CHAPITRE 2

TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE

© **2.1.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$a = 110^\circ 13,3', \quad b = 58^\circ 21,2', \quad C = 90^\circ.$$

Déterminez A , B et c .

⊙ **2.2.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$a = 105^{\circ}24,7', \quad B = 28^{\circ}36,2', \quad C = 90^{\circ}.$$

Déterminez A , b et c .

⊙ **2.3.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle KLM$,

$$k = 78^{\circ}9,8', \quad L = 148^{\circ}18,4', \quad K = 90^{\circ}.$$

Déterminez l , M et m .

⊙ **2.4.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$a = 51^{\circ}13,9', \quad c = 79^{\circ}51,6', \quad C = 90^{\circ}.$$

Déterminez A , b et B .

⊙ **2.5.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle KLM$,

$$l = 141^{\circ}33,5', \quad L = 127^{\circ}9,7', \quad K = 90^{\circ}.$$

Déterminez k , m et M .

⊙ **2.6.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$A = 71^{\circ}32,1', \quad b = 49^{\circ}23,7', \quad C = 90^{\circ}.$$

Déterminez a , B et c .

⊙ **2.7.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle PQZ$,

$$P = 136^{\circ}24,9', \quad z = 63^{\circ}17,4', \quad Z = 90^{\circ}.$$

Déterminez p , Q et q .

⊙ **2.8.** (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$A = 156^{\circ}17,4', \quad b = 72^{\circ}12,3', \quad B = 90^{\circ}.$$

Déterminez a , C et c .

© 2.9. (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$b = 138^\circ 46,3', \quad B = 125^\circ 10,4', \quad C = 90^\circ.$$

Déterminez a , C et c .

© 2.10. (Labo T1) Dans le triangle sphérique $\triangle RST$,

$$r = 35^\circ 34,3', \quad t = 45^\circ 48,2', \quad T = 90^\circ.$$

Déterminez R , s et S .

⊗ 2.11. Dans un triangle sphérique, les dimensions suivantes sont connues. Calculez les autres dimensions.

$$\begin{aligned} \triangle ABC : & A = 90^\circ, b = 155^\circ 12,6', c = 72^\circ 13,1' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, b = 55^\circ 12,6', B = 72^\circ 13,1' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, b = 125^\circ 15,3', B = 100^\circ 12,8' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 134^\circ 56,9', b = 145^\circ 22,8' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 21^\circ 56,9', b = 15^\circ 22,8' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, b = 35^\circ 34,3', C = 75^\circ 22,8' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, b = 135^\circ 34,3', C = 120^\circ 21,5' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 95^\circ 34,3', C = 120^\circ 21,5' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 85^\circ 24,3', C = 118^\circ 21,5' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 86^\circ 24,3', C = 35^\circ 22,4' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, B = 85^\circ 24,3', C = 118^\circ 21,5' \end{aligned}$$

☆ 2.12. Dans un triangle sphérique, les dimensions suivantes sont connues. Calculez les autres dimensions.

$$\begin{aligned} \triangle KLM : & K = 90^\circ, L = 155^\circ 12,6', k = 72^\circ 13,1' \\ \triangle KLM : & K = 90^\circ, L = 150^\circ 15,3', k = 70^\circ 14,6' \\ \triangle KLM : & K = 90^\circ, k = 49^\circ 15,3', M = 103^\circ 24,6' \\ \triangle PQR : & Q = 90^\circ, q = 45^\circ 24,6', R = 112^\circ 15,6' \\ \triangle KLM : & K = 90^\circ, k = 79^\circ 56,7', L = 125^\circ 24,3' \\ \triangle KLM : & K = 90^\circ, k = 79^\circ 56,7', L = 54^\circ 35,7' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, a = 73^\circ 15,3', b = 125^\circ 12,9' \\ \triangle KLM : & K = 90^\circ, L = 147^\circ 15,3', k = 72^\circ 14,6' \\ \triangle ABC : & A = 90^\circ, B = 67^\circ 38,8', C = 155^\circ 12,6' \end{aligned}$$

© **2.13.** (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$a = 126^{\circ}29,6', \quad b = 128^{\circ}1,8', \quad c = 30^{\circ}46,4'.$$

Déterminez A , B et C .

© **2.14.** (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$A = 67^{\circ}40,2', \quad b = 86^{\circ}45,2', \quad c = 108^{\circ}36,8'.$$

Déterminez a , B et C .

© **2.15.** (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle KLM$,

$$k = 83^{\circ}35,4', \quad l = 113^{\circ}45,8', \quad m = 66^{\circ}28'.$$

Déterminez K , L et M .

© **2.16.** (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle PQZ$,

$$Q = 79^{\circ}15,6', \quad p = 103^{\circ}10,1', \quad z = 47^{\circ}8,9'.$$

Déterminez q , P et Z .

© **2.17.** (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle RST$,

$$T = 80^{\circ}15,7', \quad r = 101^{\circ}10,1', \quad s = 34^{\circ}11,9'.$$

Déterminez t , R et S .

© 2.18. (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle PQZ$,

$$p = 156^\circ 42, 2', \quad q = 33^\circ 34, 4', \quad z = 144^\circ 6, 6'.$$

Déterminez P , Q et Z .

© 2.19. (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle ABC$,

$$B = 68^\circ 35, 4', \quad a = 58^\circ 15, 7', \quad c = 40^\circ 15, 8'.$$

Déterminez b , A et C .

© 2.20. (Labo T2) Dans le triangle sphérique $\triangle PQR$,

$$p = 44^\circ 32, 1', \quad q = 104^\circ 27, 4', \quad r = 67^\circ 8'.$$

Déterminez P , Q et R .

© 2.21. (Labo T2) Déterminez la distance minimale entre les deux positions:

$$\begin{aligned} \text{Honolulu } & 21^\circ 19' \text{ LN}, \quad 157^\circ 50' \text{ gO}, \\ \text{Bruxelles } & 50^\circ 50' \text{ LN}, \quad 4^\circ 21' \text{ ge}. \end{aligned}$$

© 2.22. (Labo T2) Déterminez la distance minimale BI, IH et HB.

$$\begin{aligned} \text{Bordeaux (B)} & 44^\circ 30' \text{ LN}, \quad 0^\circ 20, 4' \text{ gO}, \\ \text{Istanbul (I)} & 41^\circ 1, 2' \text{ LN}, \quad 28^\circ 34, 2' \text{ gE}, \\ \text{Helsinki (H)} & 60^\circ 4, 8' \text{ LN}, \quad 25^\circ \text{ gE}. \end{aligned}$$

☆ **2.23.** Dans un triangle sphérique, les dimensions suivantes sont connues. Calculez les autres dimensions.

$$\triangle PQZ : p = 86^\circ 45, 2', q = 108^\circ 36, 6', Z = 67^\circ 40, 2'$$

$$\triangle RST : r = 55^\circ 5, 5', s = 66^\circ 54, 3', t = 79^\circ 27, 3'$$

$$\triangle KLM : K = 64^\circ 26, 4', l = 76^\circ 24, 3', m = 109^\circ 1, 5'$$

$$\triangle RST : R = 59^\circ 24, 3', s = 71^\circ 26, 4', t = 111^\circ 1, 8'$$

$$\triangle PQZ : p = 86^\circ 45, 2', q = 108^\circ 36, 6', Z = 67^\circ 40, 2'$$

$$\triangle PRZ : Z = 65^\circ 31, 2', p = 126^\circ 2, 8', r = 28^\circ 36, 7'$$

$$\triangle RST : R = 65^\circ 31, 2', s = 126^\circ 2, 8', t = 25^\circ 1, 8'$$

$$\triangle KLM : K = 68^\circ 32, 2', l = 119^\circ 2, 8', m = 35^\circ 36, 7'$$

$$\triangle PRZ : Z = 64^\circ 32, 2', p = 121^\circ 2, 8', r = 30^\circ 36, 7'$$

$$\triangle KLM : K = 67^\circ 40, 2', p = 108^\circ 36, 8', r = 86^\circ 45, 2'$$

☆ **2.24.** Dans un triangle sphérique, les dimensions suivantes sont connues. Calculez les autres dimensions.

$$\triangle RST : r = 56^\circ 22, 1', s = 65^\circ 54, 2', t = 78^\circ 27, 4'$$

$$\triangle RST : r = 53^\circ 5, 5', s = 103^\circ 4, 3', t = 59^\circ 1, 3'$$

$$\triangle KLM : l = 51^\circ 5, 6', m = 104^\circ 5, 3', k = 59^\circ 1, 3'$$

$$\triangle KLM : l = 53^\circ 5, 5', m = 103^\circ 4, 3', k = 59^\circ 1, 3'$$

$$\triangle RST : r = 55^\circ 5, 5', s = 66^\circ 54, 3', t = 79^\circ 27, 3'$$

$$\triangle RST : r = 56^\circ 22, 1', s = 65^\circ 54, 2', t = 78^\circ 27, 4'$$

$$\triangle RST : r = 51^\circ 5, 6', s = 104^\circ 5, 3', t = 59^\circ 1, 3'$$

Oplossingen - Solutions

- 2.1. $A = 107^{\circ}24,6'$, $B = 59^{\circ}57,5'$, $c = 100^{\circ}26,9'$
- 2.2. $A = 97^{\circ}18,6'$, $b = 27^{\circ}43,8'$, $c = 103^{\circ}36,3'$
- 2.3. $l = 149^{\circ}3,4'$, $m = 103^{\circ}50,2'$, $M = 97^{\circ}13,1'$
- 2.4. $A = 52^{\circ}22,6'$, $b = 73^{\circ}40,6'$, $B = 77^{\circ}8,2'$
- 2.5. $k = 51^{\circ}16,4'$, $m = 143^{\circ}0,6'$, $M = 129^{\circ}32,1'$
 $k = 128^{\circ}43,6'$, $m = 36^{\circ}59,4'$, $M = 50^{\circ}27,9'$
- 2.6. $a = 66^{\circ}15,6'$, $B = 51^{\circ}52,7'$, $c = 74^{\circ}48,6'$
- 2.7. $p = 141^{\circ}59,1'$, $q = 124^{\circ}47,1'$, $Q = 113^{\circ}9,7'$

2.8.

$$a = 157^{\circ}29,3', \quad c = 109^{\circ}19,1', \quad C = 97^{\circ}38,7'$$

2.9.

$$a = 38^{\circ}8,3', \quad c = 126^{\circ}16,0', \quad A = 49^{\circ}59,4'$$

$$a = 141^{\circ}51,7', \quad c = 53^{\circ}44,0', \quad A = 130^{\circ}0,6'$$

2.10.

$$R = 54^{\circ}13,9', \quad S = 45^{\circ}56,4', \quad s = 31^{\circ}0,7'$$

2.11.

$$B = 154^{\circ}7,5', \quad C = 82^{\circ}20,5', \quad a = 106^{\circ}5,8'$$

$$C = 32^{\circ}21,6', a = 59^{\circ}35,6', c = 27^{\circ}29,5' \quad C = 147^{\circ}38,4', a = 120^{\circ}24,4', c = 152^{\circ}30,5'$$

$$C = 162^{\circ}6,6', a = 56^{\circ}4,3', c = 165^{\circ}14,0' \quad C = 17^{\circ}53,4', a = 123^{\circ}55,7', c = 14^{\circ}46,0'$$

$$B = 126^{\circ}36,5', \quad C = 46^{\circ}26,3', \quad c = 30^{\circ}51,3'$$

$$B = 45^{\circ}12,0', \quad C = 46^{\circ}57,2', \quad c = 15^{\circ}51,1'$$

$$B = 38^{\circ}5,3', \quad a = 70^{\circ}33,6', \quad c = 65^{\circ}50,9'$$

$$B = 128^{\circ}2,4', \quad a = 62^{\circ}43,5', \quad c = 129^{\circ}55,2'$$

$$B = 80^{\circ}35,3', \quad b = 79^{\circ}4,5', \quad c = 120^{\circ}49,0'$$

$$B = 98^{\circ}26,5', \quad b = 99^{\circ}36,2', \quad c = 118^{\circ}41,9'$$

$$B = 87^{\circ}27,1', \quad b = 85^{\circ}35,6', \quad c = 35^{\circ}17,6'$$

$$a = 92^{\circ}29,2', \quad b = 84^{\circ}46,6', \quad c = 118^{\circ}27,5'$$

2.12.

$$l = 156^{\circ}28,1', \quad M = 98^{\circ}1,7', \quad m = 109^{\circ}27,4'$$

$$l = 152^{\circ}9,9', \quad M = 100^{\circ}56,0', \quad m = 112^{\circ}28,4'$$

$$l = 164^{\circ}56,0', \quad L = 159^{\circ}56,0', \quad m = 132^{\circ}31,6'$$

$$P = 149^{\circ}45,4', \quad p = 158^{\circ}58,8', \quad r = 138^{\circ}46,2'$$

$$l = 126^{\circ}37,5', \quad M = 103^{\circ}48,0', \quad m = 107^{\circ}1,0'$$

$$l = 53^{\circ}22,5', \quad M = 76^{\circ}12,0', \quad m = 72^{\circ}59,0'$$

$$B = 121^{\circ}26,5', \quad C = 115^{\circ}13,9', \quad c = 119^{\circ}58,6'$$

$$l = 148^{\circ}59,6', \quad M = 101^{\circ}5,8', \quad m = 110^{\circ}50,6'$$

$$a = 152^{\circ}55,1', \quad b = 24^{\circ}54,0', \quad c = 168^{\circ}59,7'$$

2.13. $A = 99^{\circ}20,3'$, $B = 104^{\circ}48,1'$, $C = 38^{\circ}54,1'$

2.14. $a = 70^{\circ}2,2'$, $B = 79^{\circ}17,1'$, $C = 111^{\circ}8,7'$

2.15. $K = 71^{\circ}2,8'$, $L = 119^{\circ}25,2'$, $M = 60^{\circ}45,6'$

2.16. $q = 91^{\circ}15,3'$, $P = 106^{\circ}53,2'$, $Z = 46^{\circ}5,5'$

2.17. $t = 93^{\circ}50,3'$, $R = 104^{\circ}16,8'$, $S = 33^{\circ}43,5'$

2.18. $P = 138^{\circ}40,8'$, $Q = 67^{\circ}24,2'$, $Z = 101^{\circ}50,7'$

2.19. $b = 52^{\circ}59'$, $A = 82^{\circ}34,9'$, $C = 48^{\circ}54,1'$

2.20. $P = 24^{\circ}49,1'$, $Q = 144^{\circ}34,9'$, $R = 33^{\circ}28'$

2.21. $106^{\circ}9,7'$

2.22.

$$BI = 21^{\circ}23,6', \quad IH = 19^{\circ}11,3', \quad HB = 21^{\circ}43'.$$

2.23.

$$\begin{aligned} P &= 79^{\circ}17,2', & Q &= 111^{\circ}8,5', & z &= 70^{\circ}2,2' \\ R &= 56^{\circ}23,8', & S &= 69^{\circ}6,4', & T &= 93^{\circ}9,1' \\ L &= 67^{\circ}44,4', & M &= 115^{\circ}49,4', & k &= 71^{\circ}20,8' \\ S &= 60^{\circ}2,8', & T &= 121^{\circ}27,0', & r &= 70^{\circ}21,5' \\ P &= 79^{\circ}17,2', & Q &= 111^{\circ}8,5', & z &= 70^{\circ}2,2' \\ P &= 128^{\circ}2,9', & R &= 27^{\circ}48,1', & z &= 110^{\circ}51,8' \\ S &= 126^{\circ}54,1', & T &= 24^{\circ}44,2', & r &= 113^{\circ}2,6' \\ L &= 123^{\circ}42,5', & M &= 33^{\circ}38,8', & k &= 102^{\circ}1,9' \\ P &= 126^{\circ}50,7', & R &= 28^{\circ}24,1', & z &= 104^{\circ}51,0' \\ P &= 111^{\circ}8,7', & R &= 79^{\circ}17,1', & k &= 70^{\circ}2,2' \end{aligned}$$

2.24.

$$\begin{aligned} R &= 58^{\circ}8,2', & S &= 68^{\circ}37,0', & T &= 91^{\circ}57,7' \\ R &= 30^{\circ}51,3', & S &= 141^{\circ}20,0', & T &= 33^{\circ}21,7' \\ K &= 27^{\circ}48,6', & L &= 25^{\circ}3,1', & M &= 148^{\circ}8,7' \\ K &= 33^{\circ}21,7', & L &= 30^{\circ}51,3', & M &= 141^{\circ}20,0' \\ R &= 56^{\circ}23,8', & S &= 69^{\circ}6,4', & T &= 93^{\circ}9,1' \\ R &= 58^{\circ}8,2', & S &= 68^{\circ}37,0', & T &= 91^{\circ}57,7' \\ R &= 25^{\circ}3,1', & S &= 148^{\circ}8,7', & T &= 27^{\circ}48,6' \end{aligned}$$