

Les vecteurs et la statique du point matériel

Donnez une motivation théorique pas à pas de la méthode employée pour répondre aux questions.

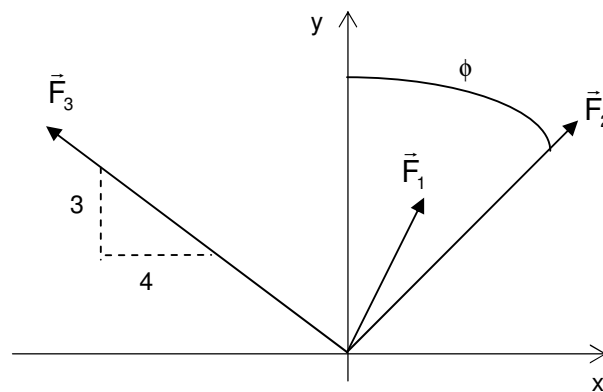
Ex1. Sachant que $F_{1,x} = 6 \text{ N}$, $F_{1,y} = -1 \text{ N}$, $F_2 = 10 \text{ N}$ et la force a la même direction que le vecteur du point $P_1(1,2)$ au point $P_2(5,5)$, $F_3 = 6\sqrt{2} \text{ N}$ et la force agit sous un angle de $3\pi/4$ rads par rapport à l'axe des x , déterminez la résultante \vec{F} des trois forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 agissant sur le même point matériel.

(réponse: $F_x = 8 \text{ N}$ et $F_y = 11 \text{ N}$)

Ex2. Tirés par 2 modèles réduits de remorqueurs, une maquette d'un navire se déplace à une vitesse constante dans le sens de longueur d'un bassin de carène (l'axe des y). Le premier remorqueur exerce une force avec un module F_1 de 3 kN sous un angle de 60° par rapport à la direction transversale du bassin (l'axe des x). Le module de la force de résistance sur la maquette est de 6 kN . Déterminez le module F_2 de la traction du deuxième remorqueur et son angle β par rapport à la vitesse de navigation.

(réponse: $F_2 = 3718 \text{ N}$ et $\beta = 23,8^\circ$)

Ex3. La résultante des trois forces ci-dessous a un module F de 160 N et elle est parallèle à l'axe des y . Les composantes de la première force sont $F_{1,x} = 20 \text{ N}$, $F_{1,y} = 40 \text{ N}$. La troisième force a un module F_3 de 100 N . Elle est orientée comme indiqué dans le dessin. Déterminez le module F_2 de la deuxième force et son angle ϕ par rapport à l'axe des y .



(réponse: $F_2 = 60\sqrt{2} \text{ N}$ et $\phi = 45^\circ$)

Ex4. Un touriste demande le chemin vers un monument. Pour y arriver il doit d'abord aller tout droit sur 200 m dans une rue qui fait angle de $\pi/6$ rads par rapport au nord et un angle de $\pi/3$ rads par rapport à l'est. Puis il doit aller 100 m vers le nord et ensuite 500 m vers l'ouest. Finalement il doit monter 150 m pour atteindre le sommet du monument. Déterminez son vecteur de déplacement, le module de ce vecteur et la distance parcourue par le touriste.

(choisissez l'axe des x de l'ouest à l'est, l'axe des y du sud au nord et l'axe des z verticalement vers le haut)

(réponse: $-400 \text{ m } \vec{i} + 273 \text{ m } \vec{j} + 150 \text{ m } \vec{k}$, 507 m , 950 m)

Ex5. Une lampe est suspendue au point commun B de 2 câbles AB et BC. Les 2 câbles ont la même longueur et leur poids est négligeable. A leur autre extrémité A, respectivement C les câbles sont attachés à des murs qui font face l'un à l'autre. Les points A et C se trouvent à la même hauteur. La distance entre les murs est de 5 m et le point B se trouve 2 m au dessous de la ligne horizontale AC. Le module du poids de la lampe est de 75 N. Déterminez les modules T_1 et T_2 des tractions exercées par les câbles sur la lampe.

(réponse: $T_1 = T_2 = 60$ N)

Ex6. Une plaque homogène mesure 2,4 m sur 2,4 m, et son poids est de 18 kN. Elle est maintenue dans une position horizontale par trois câbles. Deux câbles sont attachés à deux coins avoisinants de la plaque et le troisième au milieu du côté opposé. Les 3 câbles se joignent dans un point de suspension se trouvant à 2,4 m de hauteur au dessus du centre de la plaque. Déterminez le module des tensions dans les câbles.

(réponse: $T_1 = T_2 = 5511$ N, $T_3 = 10062$ N)

Ex7. Une masse de 40 kg est au repos sur un sol. La force horizontale maximale qu'on peut y exercer sans qu'elle se mette à bouger, est égale à la moitié du module de son poids. Déterminez son coefficient de frottement statique avec le sol.

(réponse: $f_s = 0,5$)

Ex8. Une masse avec un poids de 1 kN est au repos sur une pente avec un angle d'inclinaison de 15° . On y exerce une traction vers le haut et sous un angle de 20° par rapport au plan incliné. Le coefficient de frottement statique avec la pente f_s est de 0,30. Déterminez le module de la force de frottement statique sachant que le module de la traction T est de 200 N. Comparez ce résultat à la force de frottement statique maximale.

(réponse: $F_f = 71$ N < $F_{f, \max} = 269$ N)

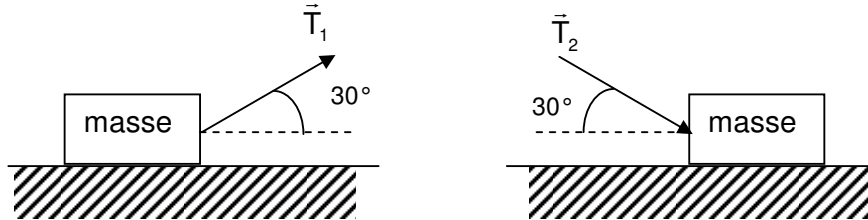
Ex9. Reprenez la masse de l'exercice 8. Quelle est la valeur maximale pour T sans que la masse ne commence à monter la pente ?

(réponse: $T_{\max} = 526$ N)

Ex10. Reprenez la masse de l'exercice 8. Quelle est la valeur minimale pour T sans que la masse ne commence à descendre la pente ? Est-ce que tu sais expliquer ce résultat?

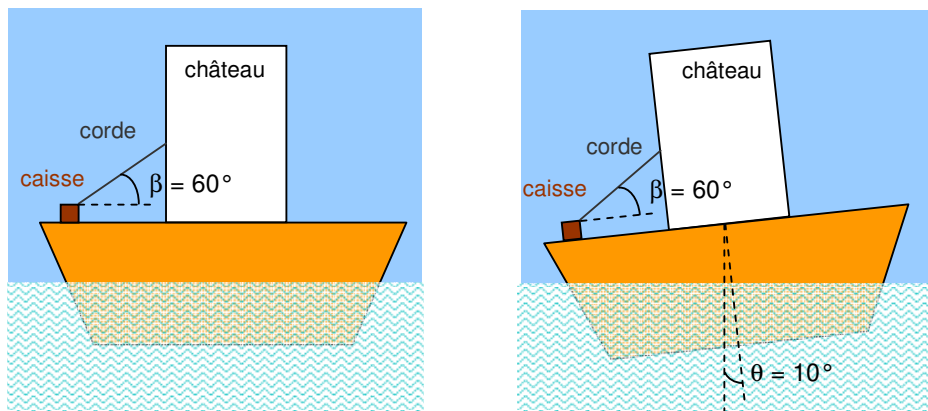
(réponse: $T_{\min} = 0$ N)

Ex11. Une masse est au repos sur un sol horizontal. Le module de son poids est de 600 N et le coefficient de frottement statique avec le sol f_s est de $\sqrt{3}/2$. Déterminez le module T_1 de la traction et le module T_2 de la poussée qui emmènent la masse au point où elle se mettrait en marche. Est-ce que tu sais expliquer ces résultats?



(réponse: $T_1 = 400$ N et $T_2 = 1200$ N)

Ex12. Une caisse de 800 kg se trouve sur le pont d'un navire. Elle a été attachée au château au moyen d'une corde, comme indiqué dans le dessin gauche. Le coefficient de frottement statique f_s est de 0,15. La corde ne peut pas résister aux tensions supérieures à 500 N sans se casser. Est-ce que la caisse reste où elle est lorsque le navire donne de la bande comme indiqué dans le dessin droit (angle d'inclinaison de 10°) ? Pourquoi ou ne pourquoi pas ?

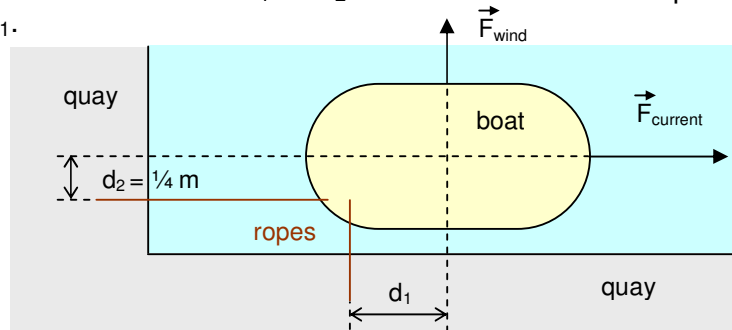


(réponse: non, parce que la $\tan(10^\circ) > f_s$ ou autrement dit, l'inclinaison est trop importante par rapport au frottement, et au dessus du marché, la tension requise est de presque 550 N)

La statique du solide indéformable

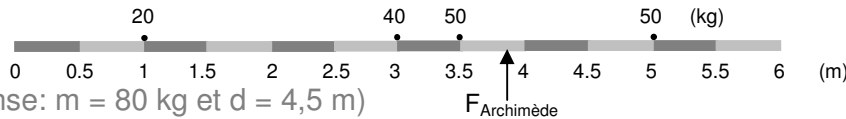
Donnez une motivation théorique pas à pas de la méthode employée pour répondre aux questions.

Ex1. Le vent et le courant exercent des forces sur le bateau comme indiqué dans le dessin ci-dessous. Les modules F_{wind} et $F_{current}$ de ces forces sont respectivement de 600 N et de 1200 N. Le bateau est immobilisé par des câbles. Déterminez les modules T_1 et T_2 des tractions exercées par les câbles et la distance d_1 .



(réponse: $T_1 = 600$ N, $T_2 = 1200$ N et $d_1 = 1/2$ m)

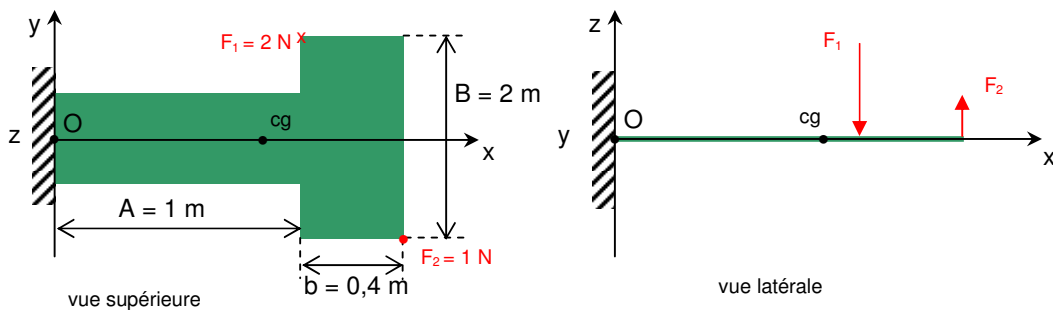
Ex2. Le centre de gravité d'un canot avec une longueur de 6 m et une masse de 50 kg, se trouve à une distance horizontale de 3,5 m par rapport à la proue. En plus, il y a du lest à bord : 20 kg, 40 kg et 50 kg resp. à une distance horizontale de 1 m, 3 m en 5 m par rapport à la proue. Le module $F_{Archimède}$ de la poussée de l'eau sur le canot, est de 2400 N, et sa ligne d'action se trouve à une distance de 3,854 m par rapport à la proue. Déterminez la masse m du timonier du canot et la distance horizontale, d , de son centre de gravité par rapport à la proue, sachant que le canot est en équilibre. (Pour l'accélération gravitationnelle tu peux utiliser la valeur approximative de 10 ms^{-2} .)



(réponse: $m = 80$ kg et $d = 4,5$ m)

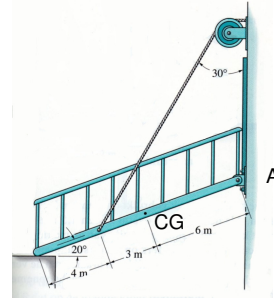
Ex3. Une plaque horizontale avec une masse m de $(4/9,81)$ kg et centre de gravité cg ($x_{cg} = (3A+b)/4$, $y_{cg} = z_{cg} = 0$ m) est fixée à une paroi verticale. Deux charges localisées agissent sur cette plaque, comme indiqué dans le dessin ci-dessous.

Déplacez toutes les forces lesquelles agissent sur la plaque vers le point O. Déterminez les forces et les moments de réaction au niveau de la liaison, nécessaires pour assurer l'équilibre de la plaque.



(réponse: $F_z = 5$ N, $M_x = 3$ Nm et $M_y = -4$ Nm)

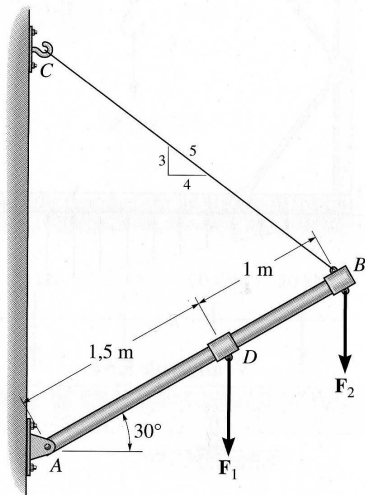
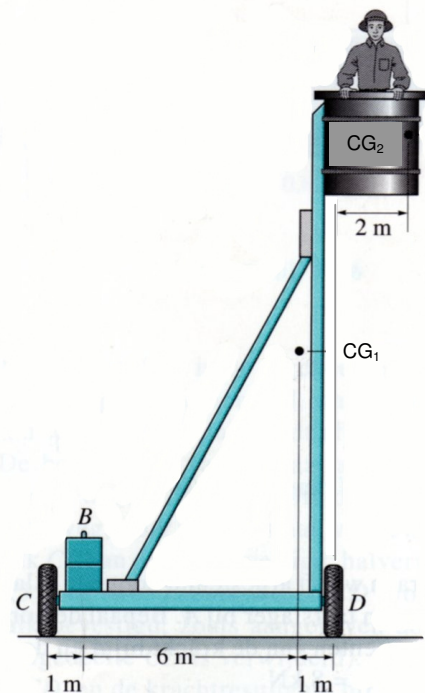
Ex4. Une passerelle d'un navire a un poids $G = m \cdot g$ de 2000 N (CG = centre de gravité de la passerelle). Calculez le module T de la tension dans le câble, nécessaire à soulever de justesse la passerelle du quai. Calculez également les réactions au niveau de la charnière A.



(réponse: $T = 1949$ N, $F_{A,hor} = 975$ N en $F_{A,ver} = 312$ N)

Ex5. Une plate-forme vide a un poids G_1 de 250 N (CG₁ centre de gravité de la plate-forme vide). Calculez la valeur du contrepoids en B sachant que la plate-forme est sur le point de basculer sous l'effet d'une personne et de ses outils. Le poids, G_2 , de la personne avec ses outils est de 800 N (CG₂ de la personne, outils compris).

(réponse: $G_B = 193$ N)



Ex6. Sur la flèche AB agissent deux forces comme indiqué dans le diagramme ci-joint. Leurs intensités respectives sont F_1 de 800 N et F_2 de 350 N. Calculez la tension T dans le câble BC et la réaction exercée par le pivot A, nécessaires à l'équilibre de AB.

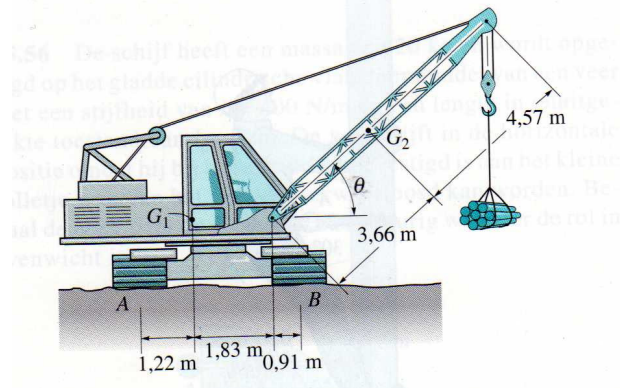
(réponse: $T = 782$ N, $F_{A,hor} = 626$ N en $F_{A,ver} = 681$ N)

Ex7. Le centre de gravité de la grue (à l'exception de la flèche) se trouve dans le point G_1 et le module du poids de la grue (à l'exception de la flèche), W_1 , est de 600 kN. Le centre de gravité de la flèche se trouve dans le point G_2 et le module son poids, W_2 , est de 150 kN.

Déterminez les forces de réaction normales exercées par le substrat (horizontal) au niveau des points A et B. L'angle entre la flèche et l'horizontale, θ , est de 30° et la charge portée par la grue, W , est de 80 kN.

La charge portée par la grue, W , est de 200 kN. Déterminez l'angle θ le plus petit que peut faire la flèche par rapport à l'horizontale sans que la grue ne bascule.

(réponse: $F_{NA} = 204$ kN,
 $F_{NB} = 626$ kN
 $\theta = 26,6^\circ$)



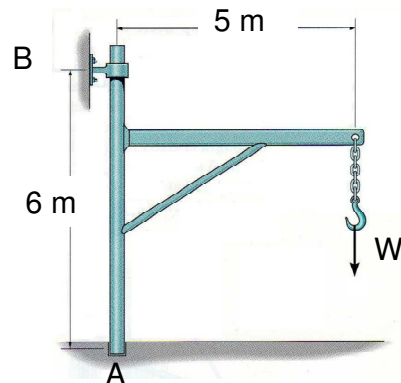
Ex8. La grue montrée dans le dessin ci-dessous, est maintenue en position par une liaison A, laquelle est en mesure d'exercer tant une force de réaction horizontale qu'une force de réaction verticale, et une liaison B, laquelle ne peut exercer qu'une force de réaction horizontale.

Déterminez les forces de réaction exercées par les liaisons A et B sur la grue, lorsque celle-ci porte une charge verticale W de 8 kN.

(le propre poids de la grue est négligeable)

Déterminez la valeur maximale de la charge W , permettant de satisfaire à l'exigence que le module de la force de réaction exercée par la liaison A, F_A , ne peut pas dépasser la valeur de 18,745 kN.

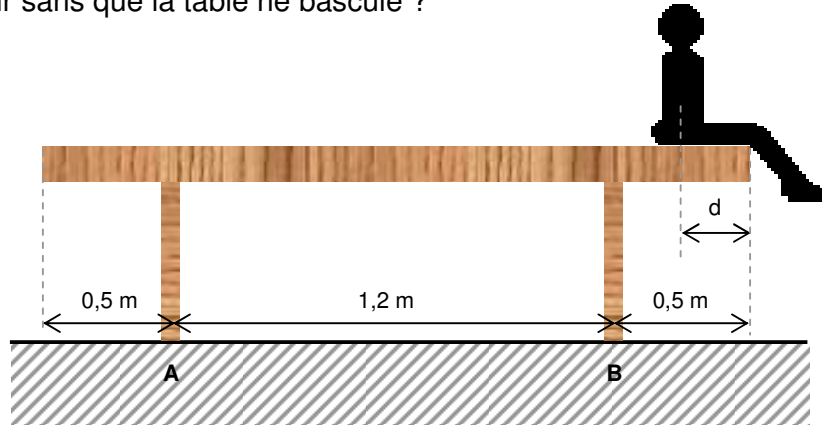
(réponse: $F_{A,ver} = 8$ kN, $F_{A,hor} = 6,667$ kN, $F_B = 6,667$ kN
 $W_{max} = 14,4$ kN)



Ex9. Une personne avec un poids de 600 N s'assoit sur une table homogène avec un poids de 300 N, à une distance d du bord de la table.

Déterminez les forces de réaction normales exercées par le substrat (horizontal) au niveau des points A et B, lorsque d est de 0,40 m.

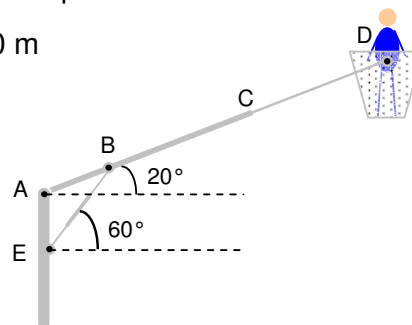
Quelle est la distance minimale du bord, d_{\min} , à laquelle la personne peut s'asseoir sans que la table ne bascule ?



(réponse: $F_A = 100$ N verticalement vers le haut, $F_B = 800$ N verticalement vers le haut, $d_{\min} = 0,2$ m)

Ex10. Un ouvrier se trouve sur la plate-forme à l'extrémité d'un chariot télescopique. Les modules G_1 et G_2 des poids des sections homogènes AC et CD du bras télescopique AD sont respectivement de 294 N et de 178 N. Le module du poids combiné de la personne et de la plate-forme, G_3 est de 1335 N et ce poids s'applique au niveau du pivot D. L'ensemble du bras télescopique, de la plate-forme et de la personne est en équilibre dans les positions indiquées. Cet ensemble est supporté par la tige BE (pivotant en B et E) et il est fixé en A à la colonne verticale, de manière pivotante.

AC = 1,50 m CD = 1,26 m AB = 0,50 m



Déterminez la force exercée par la tige BE sur l'ensemble.

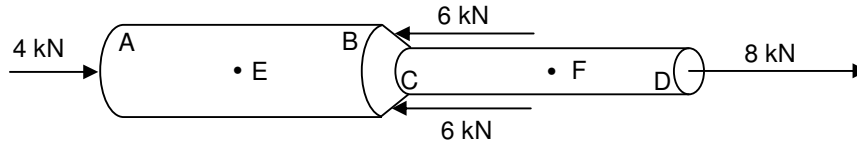
Déterminez la force exercée par le pivot A sur l'ensemble.

(réponse: $F_{BE} = 12,526$ kN // EB, $F_{A,hor} = 6263$ N vers la gauche, $F_{A,ver} = 9041$ N vers le bas)

Introduction à la résistance des matériaux

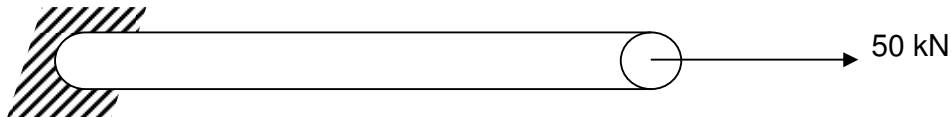
Donnez une motivation théorique pas à pas de la méthode employée pour répondre aux questions.

Ex1. Déterminez la contrainte normale moyenne dans la section transversale en E et dans la section transversale en F. La partie AB est un cylindre creux au diamètre intérieur d_i de 20mm et au diamètre extérieur d_u de 28 mm. La partie CD est un cylindre massif au diamètre d de 12mm.

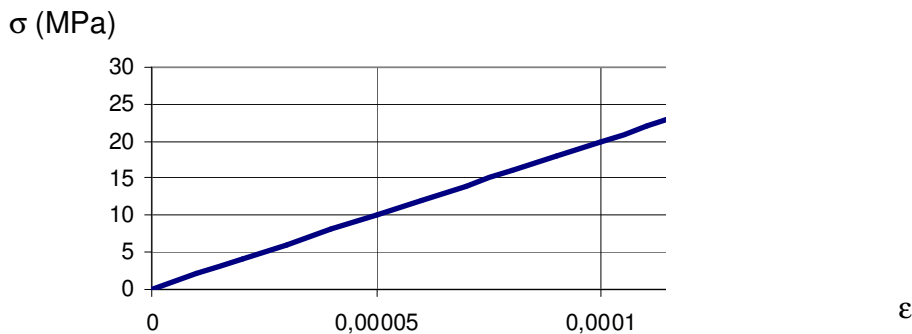


(réponses: 13,3 MPa, compression, 70,7 MPa traction)

Ex2. Déterminez la contrainte normale moyenne dans une section transversale de la poutre massive suivante. Son diamètre est de 35,7 mm et sa longueur est de 6 m.

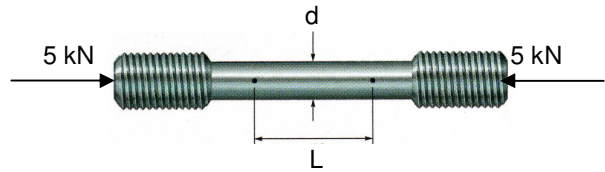


Calculez l'élongation de cette poutre. Elle est fabriquée d'un matériau au diagramme traction-élongation suivant (montré partiellement). Etant donné que le coefficient de Poisson ou coefficient de contraction latérale, ν , du matériau est de 0,32, calculez également le changement en diamètre.



(réponse: 49,95 MPa traction, 1,5 mm, -0,003 mm)

Ex3. Sur une éprouvette au diamètre d_0 de 12 mm on a fait deux marques à une distance L_0 de 50 mm l'une de l'autre. Lorsqu'on applique des forces sur cette éprouvette, comme indiqué dans le dessin, on mesure une distance L de 49,97854 mm entre les marques. L'éprouvette est fabriquée en un des matériaux dont vous avez reçu les propriétés en supplément. Quel matériau? Quel est le diamètre d de l'éprouvette sollicitée?



(réponse: bronze C86100, 12,00175 mm)

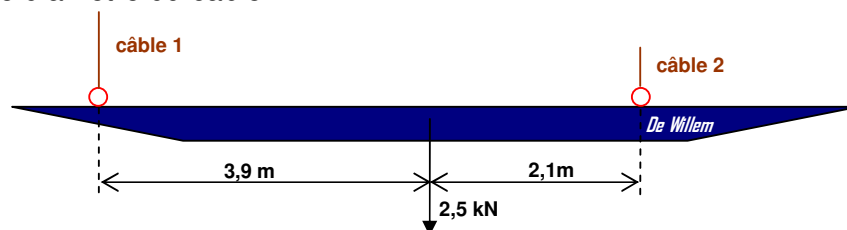
Ex4. Deux tiges fabriquées en acier de construction A36 ont une longueur L_0 de 3 m et un diamètre d_0 de 46,25 mm. Elles sont raccordées l'une à l'autre de manière pivotante (B). A leur autre extrémité (A resp. C) elles sont raccordées de manière pivotante à la même plaque horizontale. Initialement elles font un angle de 45° par rapport à l'horizontale.



- Déterminez les contraintes normales dans les tiges lorsqu'on applique une force verticale de 475 kN au niveau du point B ?
- Sur quelle distance est-ce que le point B descend?
- Calculez également le changement en diamètre des tiges dans ces conditions.

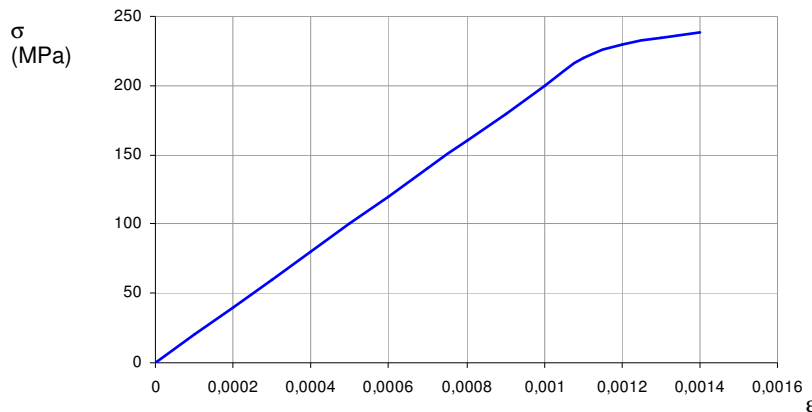
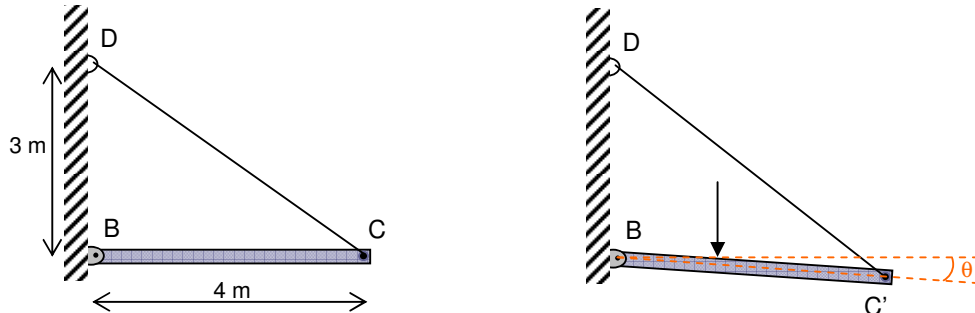
(réponse: a) 200 MPa b) 4,24 mm c) $-14,8 \mu\text{m}$)

Ex5. Le bateau solaire de la HZS, "De Willem" (au poids de 2,5 kN) est suspendu à 2 câbles verticaux, comme montré dans le dessin. Les 2 câbles sont fabriqués de l'alliage de cuivre C83400, et ils ont un diamètre d_0 de 12 mm. Le câble 1 a une longueur $L_{0,1}$ de 4m. Le câble 2 a une longueur $L_{0,2}$ de 2m. Lequel des câbles change le plus en longueur? Par combien de mm change le diamètre du câble 1 ?



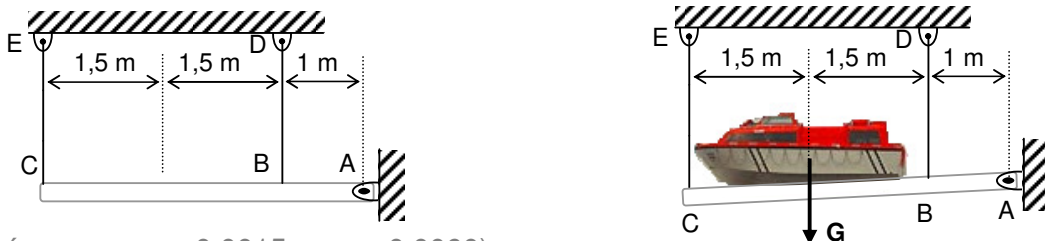
(réponse: 1, $-0,3234 \cdot 10^{-3}$ mm)

Ex6. Une poutre indéformable au poids négligeable est attachée à une paroi verticale (pivot B). A son autre extrémité (C) elle est suspendue à un câble, lequel est à son tour attaché à la paroi (D). En absence de charges, la poutre est à l'horizontale. La longueur du câble est L_0 et son diamètre d_0 est de 7,98 mm. Il est fabriqué d'un matériau au coefficient de Poisson ν de 0,34. Le diagramme contrainte élongation de ce matériau est montré ci-dessous. Lorsqu'une charge est appliquée sur la poutre, une tension T de 2 kN agit dans le câble. Calculez la longueur L du câble et l'angle θ de la poutre par rapport à l'horizontale. Déterminez également le changement en diamètre du câble.



(réponse: $T = 5,001 \text{ m}$, $\theta = 0,023869^\circ$, $\Delta d = - 5,4264 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$)

Ex7. Lorsqu'elle ne porte aucune charge, la plate-forme rigide, ABC, est à l'horizontale. Dans l'état non déformé la longueur des câbles EC et DB est de 2m. Sous l'effet du poids, G , d'une chaloupe de sauvetage, la plate-forme pivote par rapport au point A. Le point au milieu entre B et C descend de 7,5 mm. Calculez l'élongation relative de chacun des deux câbles.

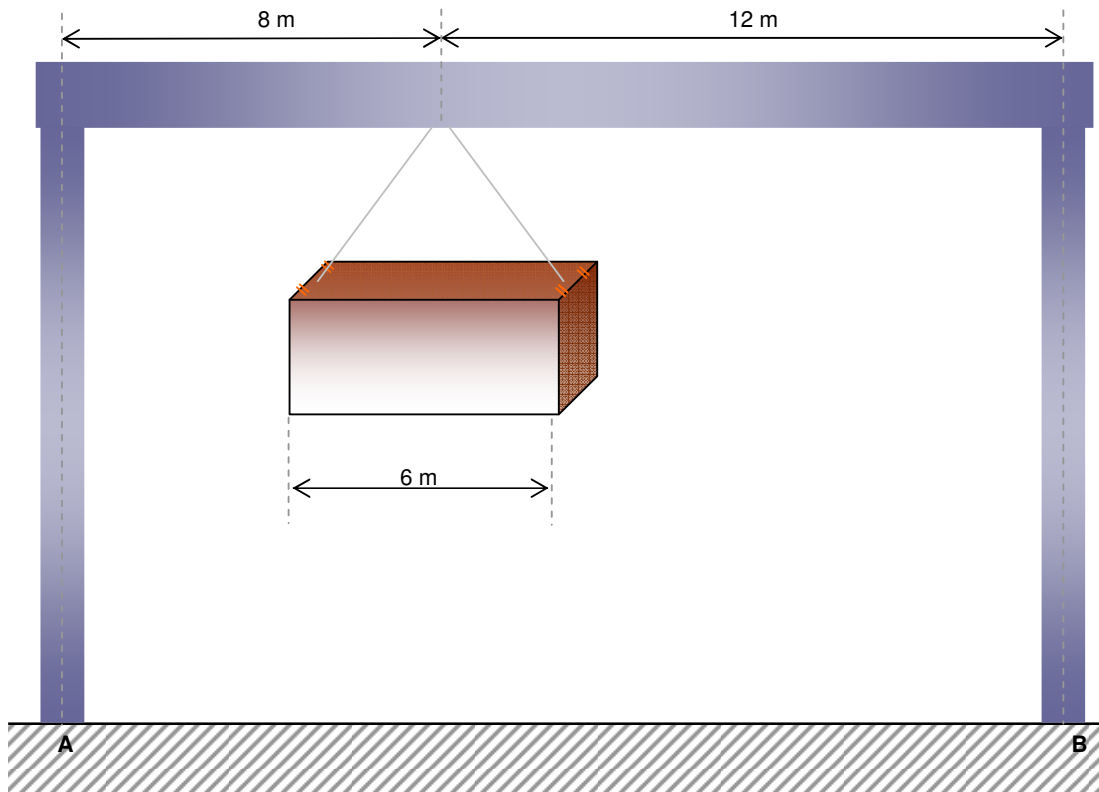


(réponse: $\epsilon_{DB} = 0,0015$, $\epsilon_{EC} = 0,0060$)

Ex8. Un conteneur uniformément chargé est suspendue à moyen de 2 câbles, à une grue porte conteneur (U type gantry crane). Le poids du conteneur est de 240 kN. La longueur L_0 des câbles est de 5 m chacun. Le diamètre d_0 des câbles est de 3,09 cm.

- Déterminez la façon dont le poids du conteneur se répartit sur les deux supports A et B de la grue.
- Calculez le module des forces de traction exercées par les câbles sur le conteneur.
- Les câbles sont fabriqués en acier de construction A36. Calculez le changement en longueur et en diamètre des câbles.

(réponse : a) $F_A = 144$ kN, $F_B = 96$ kN b) $T_1 = T_2 = 150$ kN
c) $\Delta L = 5$ mm, $\Delta d = -9,9$ μ m)



Modèle pour l'approche systématique des problèmes d'équilibre pour un point matériel

le solide dont tu va étudier l'équilibre :

son diagramme du corps libre + système de repère bien choisi :

les conditions d'équilibre vectorielles: $\sum \vec{F} = \vec{0}$

les conditions d'équilibre scalaires significatives pour ce problème + motivation :

l'expression de ces conditions d'équilibre par rapport au système de repère :

la solution de ces conditions d'équilibre :

Modèle pour l'approche systématique des problèmes d'équilibre pour un solide indéformable

le solide dont tu va étudier l'équilibre :

son diagramme du corps libre + système de repère bien choisi + dimensions importantes :

les conditions d'équilibre vectorielles:
$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \vec{0} \\ \sum \vec{M}_0 &= \vec{0}\end{aligned}$$

les conditions d'équilibre scalaires significatives pour ce problème + motivation :

l'expression de ces conditions d'équilibre par rapport au système de repère :

la solution de ces conditions d'équilibre :

materiaal /matériau	ρ (10^3kgm^{-3})	E (GPa)	G (GPa)	ν	α ($10^{-6}/\text{K}$)	$\sigma_v = \sigma_{fl}$ druk / compression (MPa)	$\sigma_v = \sigma_{fl}$ trek / traction (MPa)	$\tau_v = \tau_{fl}$ afschuiving/ cisaillement (MPa)	σ_{tr} druk / compression (MPa)	σ_{tr} trek / traction (MPa)	τ_{tr} afschuiving/ cisaillement (MPa)
Al-legering / alliage d'Al 2014-T6	2790	73,1	27	0,35	23	414	414	172	469	469	290
Al-legering / alliage d'Al 6061-T6	2710	68,9	26	0,35	24	255	255	131	290	290	186
gietijzer / fonte gray ASTM 20	7190	67,0	27	0,28	12	-	-	-	179	669	-
gietijzer / fonte malleable ASTM A-197	7280	172	68	0,28	12	-	-	-	276	572	-
Cu-legering / alliage de Cu C83400	8740	101	37	0,35	18	70,0	70,0	-	241	241	-
Cu-legering brons / alliage de Cu bronze C86100	8830	103	38	0,34	17	345	345	-	655	655	-
Mg-legering / alliage de Mg Am 1004-T61	1830	44,7	18	0,30	26	152	152	-	276	276	152
constructiestaal / acier de construction A-36	7850	200	75	0,32	12	250	250	-	400	400	-
roestvast staal / acier inoxydable 304	7860	193	75	0,27	17	207	207	-	517	517	-
gereedschapsstaal / acier à outils L2	8160	200	75	0,32	12	703	703	-	800	800	-
Ti-legering / alliage de Ti Ti-6Al-4V	4430	120	44	0,36	9,4	924	924	-	1000	1000	-
beton van lage kwaliteit / beton de basse qualité	2380	22,1	-	0,15	11	-	-	12	-	-	-
beton van hoge kwaliteit / beton de haute qualité	2380	29,0	-	0,15	11	-	-	38	-	-	-
versterkte kunststof / matériau synthétique renforcé Kevlar 49	1450	131	-	0,34	-	-	-	-	717	483	20,3
versterkte kunststof / matériau synthétique renforcé 30% glas/verre	1450	72,4	-	0,34	-	-	-	-	90	131	-
constructiehout vuren / bois de construction sapin blanc du Nord	470	13,1	-	0,29	-	-	-	-	<u>2,1</u>	26	6,2
constructiehout grenen / bois de construction pin	3600	9,65	-	0,29	-	-	-	-	<u>2,5</u>	36	6,7

*vervorming gemeten loodrecht op de houtvezels, belasting volgens de vezelrichting
déformation mesurée perpendiculairement par rapport aux fibres du bois, sollicitation appliqué dans le sens des fibres*

gemeten loodrecht op de houtvezels
mesurée perpendiculairement par rapport aux fibres du bois

**gemeten in de richting van de houtvezels
mesurée dans le sens des fibres du bois**