

Hoofdstuk 5

Gevorderde onderwerpen

Doelstellingen

1. Weten wat M-cirkels voorstellen en de functie ervan begrijpen
2. Bodediagram van een algemene transfertfunctie kunnen tekenen
3. Begrijpen dat een regelaar moet ingesteld worden en weten dat er vuistregels voor deze instelling bestaan
4. Weten waarvoor een 'dead-band' dient

5.1 Sinusresponsie en doorschot

In het vorige hoofdstuk hebben we de absolute stabiliteit van een frequentieresponsie behandeld maar we hebben niets gezegd over de relatieve stabiliteit. Relatieve stabiliteit wil zeggen dat een systeem een overgangverschijnsel mag vertonen maar dat dit niet te lang mag duren en dat het doorschot moet beperkt blijven.¹ Om een systeem relatief stabiel te kunnen houden is er een theorie ontwikkeld die de theorie van de M en N cirkels genoemd wordt. Wij richten ons enkel op de theorie van de M-cirkels en deze van de N-cirkels laten we over aan de geïnteresseerde student die deze kan opzoeken in de gespecialiseerde literatuur.

5.1.1 M-cirkels

Uit het vorige hoofdstuk is gebleken dat de stabiliteit kon bestudeerd worden met behulp van verschillende diagrammen. De M-cirkels worden bestudeerd in het polair diagram of het diagram van Nyquist. Er is echter één verschil met de absolute stabiliteit, nu gaat men het gedrag bekijken van de regelkring in GESLOTEN keten. Men stelt een punt van de transfertfunctie voor met behulp van de amplitude en de fase. Voor elke frequentie berekent men beide en stelt

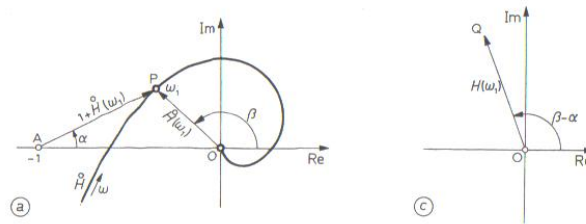
¹Zie hoofdstuk 4.2

deze voor in het imaginaire vlak. Zo krijgt men een Nyquistdiagram. De transferfunctie wordt algemeen voorgesteld door

$$G = \frac{H}{1+H}$$

Nu stelt men H voor door een vector OP (lengte OP en hoek β) en $1+H$ door een vector AP (lengte AP en hoek α). De totale overbrengingsverhouding wordt voorgesteld door een vector OQ (lengte OQ en hoek $\beta - \alpha$).

Dit wordt voorgesteld door onderstaande figuur



Figuur 5.1: bron: 'Regeltechniek'; J.Cools, Elsevier

Als we nu het doorschot willen beperken moeten we kijken naar de maximale amplitude die de regelkring bereikt. Dus we stellen een vergelijking op die lijnen weergeeft waarvoor OQ een constante lengte heeft.

$$M = \frac{OP}{AP} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{(1+x)^2 + y^2}}$$

anders geschreven

$$x^2(M^2 - 1) + 2xM^2 + M^2 + y^2(M^2 - 1) = 0$$

of

$$x^2 + 2x \frac{M^2}{M^2 - 1} + \left(\frac{M^2}{M^2 - 1}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{M^2}{M^2 - 1}\right)^2 - \frac{M^2}{M^2 - 1}$$

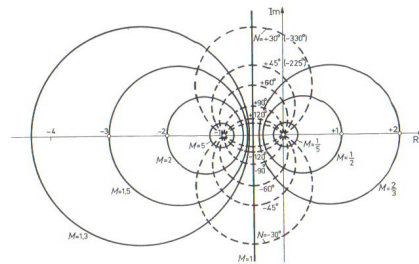
of

$$\left(x + \frac{M^2}{M^2 - 1}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{M}{M^2 - 1}\right)^2$$

Dit is de vergelijking van een cirkel met

1. straal: $R = \frac{M}{M^2 - 1}$
2. middelpunt: $\left(\frac{-M^2}{M^2 - 1}, 0\right)$

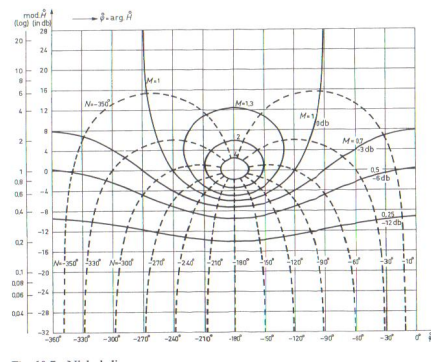
Als $M < 1$ dan ligt het middelpunt rechts van O en als $M > 1$ dan ligt het middelpunt links van O . Dit wordt duidelijk uit onderstaande tekening die het



Figuur 5.2: bron: 'Regeltechniek'; J.Cools, Elsevier

zogenaamde Hall-diagram voorstelt. Dit is het Nyquist-diagram met daarop de M-cirkels getekend.²

Dit Hall-diagram heeft een kleine tekortkoming. In dit diagram wordt alles lineair uitgezet op beide assen waardoor grote waarden buiten de tekening zouden kunnen vallen. Daarom gaat men de schaalwaarde logaritmic aanpassen en verkrijgt men het Nicholsdiagram dat hieronder wordt afgebeeld.



Figuur 5.3: bron: 'Regeltechniek'; J.Cools, Elsevier

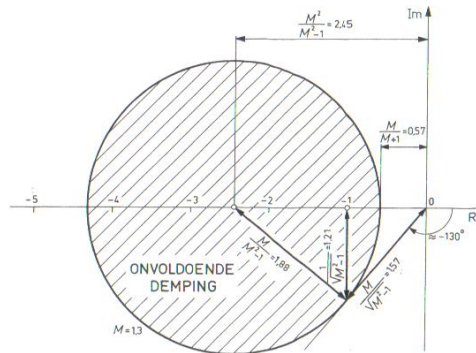
5.1.2 Stabiliteitscriterium voor relatieve stabiliteit

Het stabiliteitscriterium voor relatieve stabiliteit is dat het doorschot moet beperkt worden. Dus men stelt een bepaald percentage maximaal doorschot voorop en hieruit haalt men de M-cirkel die deze amplitude voorstelt.

Om stabiel te blijven moet de polaire curve buiten de M-cirkel blijven. Dus de maximale versterking is deze die de curve doet raken aan de M-cirkel.

²De Mcirkel is de transfertfunctie in gesloten loop met constante modulus, het Nyquistdiagram is de transfertfunctie in open loop. Voor de studie van het systeem in gesloten lus moet u addendum 2 raadplegen.

Als standaard neemt men een doorschot van ongeveer 23%. Dit levert de M1,3-cirkel op. Dus een stabiel systeem met een maximum doorschot van 23% mag een versterkingsfactor hebben die de curve doet raken aan de M1,3-cirkel.



Figuur 5.4: bron: 'Regeltechniek'; J.Cools, Elsevier

5.1.3 Oefening

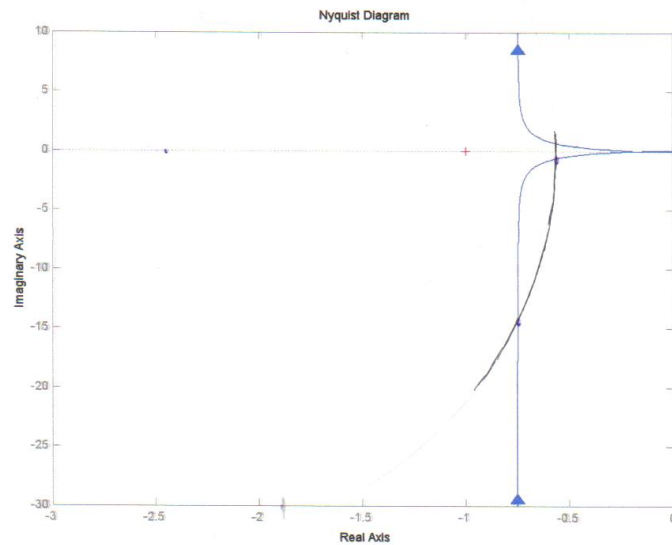
We nemen als voorbeeld

$$H = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

Hoeveel mag K bedragen om een stabiel systeem te bekommen met een maximum doorschot van 23% Het Nyquist-diagram werd getekend met MATLAB en de M1,3-cirkel werd achteraf bijgetekend. Dit levert onderstaande grafiek op waar men duidelijk kan zien dat het Nyquistdiagram de M1,3-cirkel doorsnijdt en het doorschot dus ontoelaatbaar hoog wordt.

Voor de studie van de relatieve stabiliteit kan men ook gebruik maken van andere software. Bij gebruik van SCILAB kan men deze tekening rechtstreeks met de gewenste Mcirkel afbeelden.³

³Deze methode dient u toe te passen in uw take home task.



Figuur 5.5: bron: 'Regeltechniek'; J.Cools, Elsevier

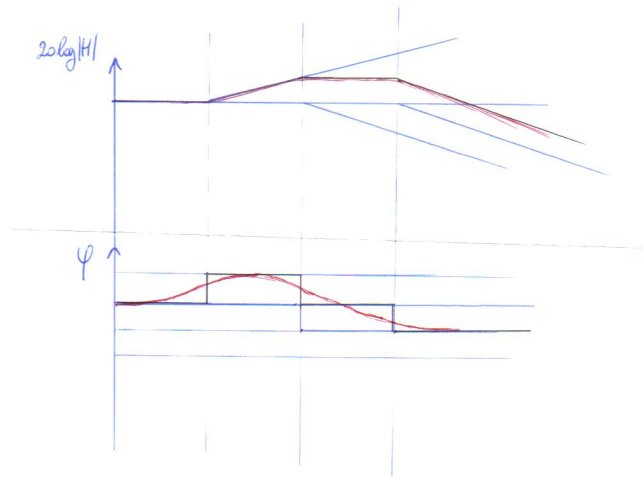
5.2 Bodediagram van een algemene transferfunctie

We hebben Bodediagramma's getekend waar men enkel constanten in de noemer had staan. Meer algemeen staan er ook functies in de teller en deze hebben ook hun effect op de stabiliteit. We gaan enkele voorbeelden hiervan tekenen en twee belangrijke transfertfuncties van dit type bestuderen.

5.2.1 Voorbeeld

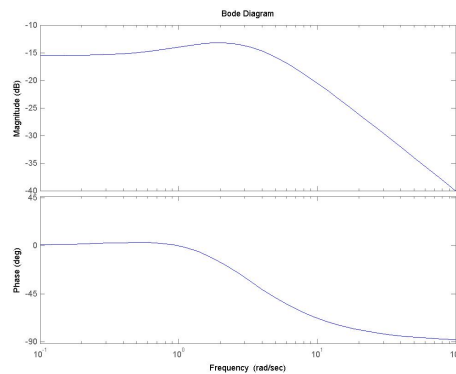
Een eerste voorbeeld is volgende transfertfunctie

$$H = \frac{s + 1}{(s + 2)(s + 3)}$$



Figuur 5.6: bron: own work

MATLAB levert volgende figuur



Figuur 5.7: bron: own work

Een tweede transfertfunctie is

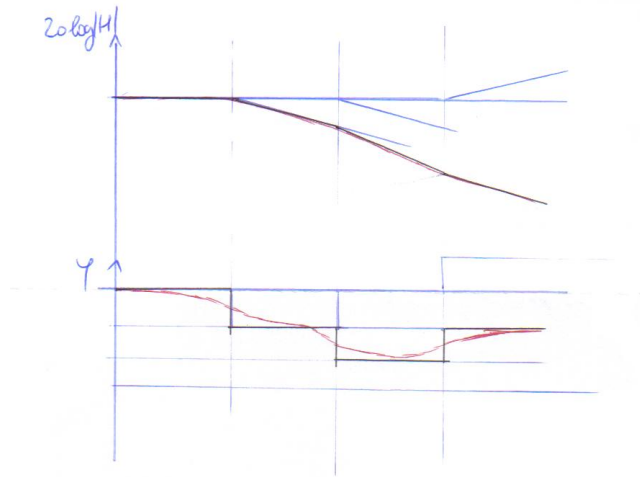
$$H = \frac{s + 3}{(s + 1)(s + 2)}$$

Dit levert volgend Bodediagram

We zien duidelijk een ander diagram hoewel we dezelfde functies hebben gebruikt in de transfertfunctie.

Zo bestaan er twee types van transfertfunctie die hun belang hebben in de regeltechniek namelijk de Lag-compensator en de Lead-compensator.

5.2. BODEDIAGRAM VAN EEN ALGEMENE TRANSFERFUNCTIE 5.7

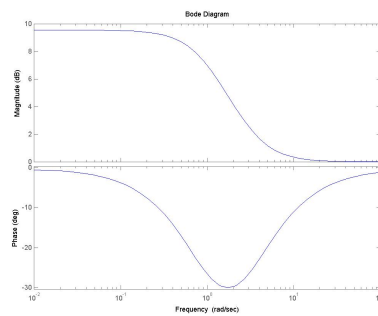


De compensator heeft als transfertfunctie volgende algemene transfertfunctie

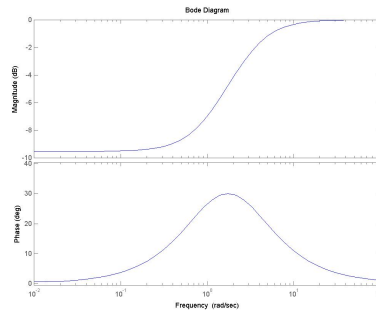
$$H = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

met $\frac{\tau_1}{\tau_2} = m$ Als $m > 1$ dan heeft men een lag-compensator en als $m < 1$ dan heeft men een lead-compensator

Waarom gebruikt men deze types van transfertfunctie. Als men een goede fase-marge wil bekomen moet men soms verzwakken. Dan wil men dit doen enkel in de regio waar het nodig is en daarbuiten wil men het signaal ongestoord laten. Hiertoe zal men een lag-compensator gebruiken. Het Bodediagram is hieronder afgebeeld voor $H = \frac{1+3s}{1+s}$



Een lead-compensator zal zorgen voor een fasevoorijsling over een bepaalde frequentiegebied. Het Bodediagram is hieronder weergegeven



5.3 Instelregels

Het berekenen van een regelaar is één zaak maar het instellen ervan is een andere. Het is zo dat de berekening van een regelaar gepaard gaat met een aantal benaderingen die ervoor zorgen dat de berekende waarde slechts een richtwaarde is voor de regelaar. In het echt moet men dus in situ instellen. Hiervoor kan men beroep doen op een aantal insteltechnieken, zoals de techniek van Broida, Strejc, Taylor, Leeds en noem maar op. De meest gebruikte echter is de methode van Ziegler en Nichols die we hieronder zullen bespreken.

De instelparameters worden in onderstaande tabel weergegeven

	k_R	$T_n (T_I)$	$T_v (T_D)$
P	$0,5 \cdot k_0$		
PI	$0,45 \cdot k_0$	$\frac{T_0}{1,2}$	
PID	$0,6 \cdot k_0$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{T_0}{8}$

De werkwijze is volgende

1. De regelkring wordt eerst met de P-regelaar gebruikt dus $\tau_i = \infty$ en $\tau_d = 0$
2. De versterking wordt langzaam vergroot tot de regelkring oscilleert. Deze versterking noemt men k_0
3. Op de recorder (schrijver) lezen we de oscillatieperiode af. Deze periode noemen we T_0
4. In functie van deze twee waarden stellen we de parameters van de gekozen regelaar volgens bovenstaande tabel.

5. Dan controleren we de regelkring als hij in werking is en eventueel is achteraf een bijstellen nodig.

5.4 Optimaliseren van een regelkring

We willen een regelkring waarvan de kwaliteit zeer hoog ligt en dus stellen we zoals reeds aangehaald in hoofdstuk 4 een aantal eisen. De kwaliteit wordt vooral gehaald door een klein doorschot en kleine aan- en uitregeltijden. Het is echter onmogelijk om alle normen tegelijkertijd te behalen. Als we een kleine aanregeltijd hebben zal het doorschot vergroten en vice versa. Men moet dus een gezond evenwicht weten te bewaren tussen deze kwaliteitsnormen. Het compromis zal sterk afhankelijk zijn van de aard van het proces en de aard van de storingen. Dus optimaal uitregelen is heel relatief.

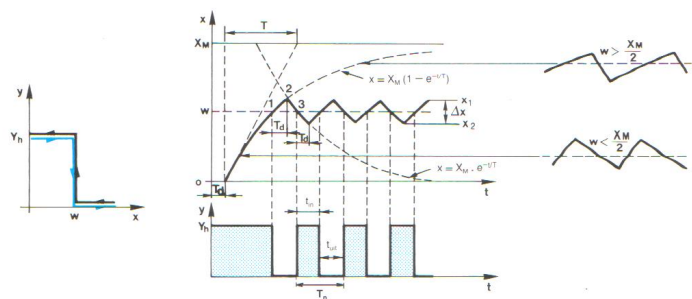
Eigenlijk is observatie van het proces een eerste orde parameter voor een goede, lees optimale instelling. Uiteraard moet men ook nog over een goede dosis gezond verstand beschikken en is kennis van regeltechniek ook wel handig.

5.5 Aan-uit regeling

In deze paragraaf bespreken we de aan-uit regeling aan de hand van een eerste orde systeem. De aan-uit regeling kan men bestuderen zonder hysteresis maar dit is een theoretische benadering. In realiteit *moet* men een hysteresis inbouwen om schade aan de regelklep te vermijden.

5.5.1 Aan-uit regeling zonder hysteresis

Onderstaande figuur geeft het tijdsbeeld weer van de aan-uit regeling zonder hysteresis.



Figuur 5.9: bron: 'Regeltechniek2', Die Keure

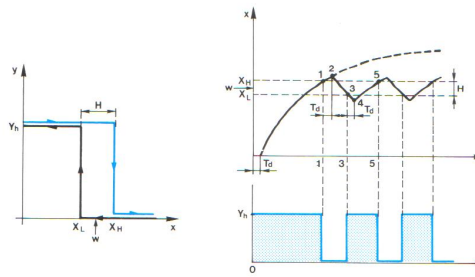
Na een dode tijd begint het systeem te regelen volgens een eerste orde proces dus iets van de vorm

$$x = X(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

tot het de wenswaarde bereikt heeft. Dan zal het er iets boven uitstijgen om dan terug te regelen tot net beneden het setpunt. Het uitstijgen boven en onder het setpunt is theoretisch correct en is een soort van dode tijd eigen aan de traagheid van het systeem. Doch men moet die dode tijd ook niet overschatten. Deze is nogal klein. Dit wil zeggen dat in praktijk zonder hysteresis de klep staat op en neer te dansen vermits de regeling telkens over en onder het setpunt zit en dus direkt begint in te regelen. Dit heeft tot resultaat dat de klep ook direkt zal gestuurd worden. In praktijk gaat men een dead band of hysteresis inbouwen rond het setpunt. Dit is eigenlijk een zone waartussen het zich systeem mag bevinden zonder dat er ingeregeld wordt. Dit dient om de regelorganen wat te sparen tegen overmatige regelacties.

5.5.2 Aan-uit regeling met hysteresis

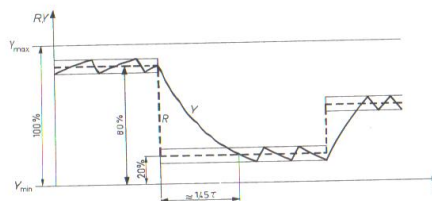
Onderstaande figuur geeft weer wat er gebeurt als men een hysteresis inbouwt in het regelsysteem.



Figuur 5.10: bron: 'Regeltechniek2', Die Keure

5.5.3 Verandering van setpunt bij aan-uitregelingen

Onderstaande figuur geeft het tijdsbeeld van een aan-uit regeling met hysteresis als men het setpunt verandert.



Figuur 5.11: bron: 'Regeltechniek2', Die Keure